BIBLIOTECA NACIONES UNIDAS MEXICO (ST/ECLA/Cong. 44) DR. 1

GRUPO DE TRABAJO SOBRE SISTEMA DE ESTADISTICAS DEMOGRAFICAS Y SOCIALES Santiago de Chile, 4 al 8 de diciembre de 1972

Documento de referencia Nº 1

UN SISTEMA DE MATRICES SOCIALES */

por

Richard Stone

^{*/} Este trabajo fue presentado a la décimo segunda conferencia general de la <u>International Association for Research in Income and Wealth</u>, celebrada en Hänneby, Suecia, del 30 de agosto al 4 de septiembre de 1971.

•

INDICE

		Pāgina
1.	Introducción	1
2.	Caracteristicas y estados	1
3.	Secuencias vitales	2
	a) Secuencia activa	3 3 3
	d) La secuencia de la delincuencia	4
4,	Un esquema o marco para las reservas y movimientos humanos	5
5.	Algunos modelos simples	7
	a) Modelos hacia atrás y modelos hacia adelante b) El modelo hacia adelante en condiciones de	8
	equilibrio estacionario c) Recordando el pasado d) El modelo hacia adelante como base de proyección e) Cambios en los coeficientes f) La ecuación de precios en el modelo hacia adelante	8 9 10 11
6.	Vinculaciones entre las progresiones	14
7.	Algunos ejemplos numéricos	17
,	 a) La experiencia educacional de dos tipos de muchachos de 19 años de edad	17 19 21 23 27 31 33
8.	Conclusión	35
9.	Lista de obras citadas	37

1

.

•

.

.

•

•

1. <u>Introducción</u>

Desde que preparé el trabajo que presenté hace cuatro años a la reunión celebrada por la Asociación en Maynooth (11), he continuado mis labores en la esfera de la demografía social. Una parte de los trabajos elaborados durante este período estuvo vinculada con las actividades desarrolladas por la Oficina de Estadística de las Naciones Unidas tendientes a estimular la formulación de un sistema integrado de estadísticas demográficas, de mano de obra y sociales. Cuando comenzó a debatirse este tema se consideró que cualesquiera sean los elementos que incluya, hay tres que son fundamentales. El primero es un examen detenido de las reservas y movimientos humanos en diferentes esferas de interés social, como la educación, el empleo, la salud, las delincuencias, etc. El segundo es la existencia de un medio para contabilizar los servicios que suele suministrar el Estado en estas esferas, los costos en que se incurre y los recursos que a ese fin se destinan. Y el tercero, algún medio para registrar la distribución de esos servicios entre beneficiarios de diversas clases. Sobre la materia existe un trabajo bastante extenso en que se examina este tema y se intenta profundizarlo y dar algunos ejemplos (12).

En este trabajo me ocupare de los aspectos sociodemográficos de este sistema, de la elaboración de lo que podrían llamarse secuencias vitales, pero indicare asimismo en que forma puede vincularse esta información con la información económica sobre costos y beneficios. Dare algunos ejemplos numéricos obtenidos de diversas esferas y tratare de dar respuesta a una serie de interrogantes a que da lugar este método.

2. Características y estados

El individuo, en su progresión desde el nacimiento a la muerte pasa por estados sucesivos. Cada año tiene un año más; en algún momento entre los dos y los cinco años casi con absoluta certeza debera entrar a la escuela; en cualquier momento sus padres pueden trasladarse dentro del país; en cualquier momento puede enfermerse y necesitar atención medica o permanecer algún tiempo en el hospital; en cualquier momento la conducta anómala puede transformarse en delincuencia, y pasada cierta edad, caerá dentro de la competencia de un tribunal penal, y de ser descubierto, podrá sufrir una condena.

Fuera de estas características, algunas de las cuales, como la edad, cambian con el tiempo en forma perfectamente regular, otras, como la salud y el nivel de instrucción pueden cambiar con el tiempo, pero no en forma regular, y algunas como la conducta social pueden o no cambiar con el

tiempo; existen otras características del individuo o de la familia que difícilmente pueden variar. El individuo es de sexo masculino o femenino, blanco o negro, inteligente o estúpido, ordenado o desordenado, hermoso o feo, por mencionar sólo algunas de las características personales. Su familia es aristócrata o plebeya, rica o pobre, religiosa o irreligiosa, severa o indulgente, está radicada en algún lugar o es migrante, por mencionar algunas de las características femiliares.

En evidente que pueden ser muy numerosas las características mediante las cuales puede describirse a un individuo. Cuando se intenta clasificar a los individuos utilizando simultáneamente muchas características se obtienen, a medida que su número aumenta, un número creciente de categorías complejas, es decir a estados, y se requiere mayor cantidad de datos. Si bien debe reconocerse que para algunos fines analíticos es necesario hacer clasificaciones utilizando casi todas las combinaciones de características, un sistema de estadísticas regulares debe inevitablemente proporcionar informaciones en una escala menos ambiciosa. Las informaciones relativas a cualquier aspecto de la vida pueden incluir solamente lo que se estime necesario para describir ese aspecto, y la combinación de informaciones relativas a diferentes aspectos puede ser considerada un problema aparte. La aplicación del principio de dividir para conquistar conduce en forma natural al concepto de las secuencias vitales.

3. Secuencias vitales

Una secuencia vital indica los cambios de estado desde el nacimiento a la muerte en alguna subestructura particular de la vida. Para fines de información estadística es necesario definir esta subestructura y confeccionar una lista de las clasificaciones que habrán de caracterizarlas.

Al definir la subestructura de la vida a la cual se refiere una secuencia es necesario utilizar un concepto de límite, como por ejemplo el concepto econômico de límite de producción. Al aplicar este concepto en la educación, quizá convenga fijar el límite en la educación sistemática de jornada completa, prescindiento de todos los tipos de educación con horario parcial o no sistemática; o quizá se decida ampliar los límites para incluir algunos, pero no la totalidad de estos tipos periféricos de educación. En este caso ocurre algo muy similar, en cuanto a la necesidad de hacer esta elección y a la forma de proceder para hacerla, o lo que ocurre cuando se define la producción. A favor del uso de una definición restringida de los límites de la educación podrían mencionarse los útiles resultados que pueden obtenerse de un análisis de la educación sistemática de horario completo y lo difícil que es reunir informaciones sobre la educación no sistemática y de horario parcial.

Al establecer las clasificaciones características de una secuencia, lo más importante es describir adecuadamente lo que en ella ocurre. Para muchos fines, deberían considerarse el sexo y la edad, clasificaciones características de todas las secuencias, si bien no es esencial hacerlo así. Cuando se trata de actividades educacionales, convendría disponer tembién de las siguientes clasificaciones: tipo de institución de enseñanza a la cual se asisitió, grado o nivel de instrucción, materias estudiadas y calificación obtenida al egresar.

Toda secuencia se refiere a la población total de un país o región, ya sea que los datos se hayan obtenido por empadronamiento total o por muestreo. Por lo tanto, habrá típicamente una o más categorías "inactivas". Por ejemplo, en la secuencia del aprendizaje será necesario anotar a los que permanecían inactivos y separar a los que no habían ingresado al sistema educacional de los que habían egresado de él.

Examinemos ahora a algunos ejemplos de secuencias vitales.

- a) Secuencia activa. Esta secuencia se refiere a las actividades de aprendizaje, a las actividades econômicas y a la población inactiva desde el punto de vista educacional y econômico. Sus diversas partes de discuten a fondo en el documento (9). Ya se ha mencionado un posible límite y conjunto de clasificaciones para las actividades de aprendizaje; en el caso de las actividades econômicas el límite se fijaría en relación con el concepto de producción en el sistema de cuentas nacionales y obviamente las características de clasificación son la ocupación, la categoría de ocupación, y la industria en que se trabaja. El resto de la población queda clasificado en la categoría "inactiva".
- b) La secuencia pasiva. Esta secuencia se refiere a la sucesión de agrupaciones familiares a las cuales están vinculados los individuos durante el transcurso de su vida. La gran mayoría de los individuos forman parte de hogares naturales de distinta indole pero una minoría apreciable forma parte durante algún período de su vida de alguna de las muchas formas que revisten los hogares institucionales. Clasificaciones características de los hogares naturales son, por ejemplo: tamaño, composición, clase social, ingreso, raza, religión, condiciones de la vivienda, barrio y ubicación.
- c) La secuencia relacionada con la salud y la atención médica. Esta secuencia está vinculada con el estado de salubridad, el tratamiento de las enfermedades y sus consecuencias. Esta información puede ser útil para dos fines: i) en la planificación y organización de los servicios de salud; y ii) en el estudio de la etiología y el tratamiento de las

enfermedades. En el primer caso, el límite se establecerá en relación con el complejo de organizaciones de que se trate que puede abarcar desde un servicio nacional de salud a un grupo de hospitales, clínicas y los profesionales que proporcionan determinados servicios de salud en una localidad determinada. En el seguno caso, el límite se establecerá en relación con una enfermedad o grupo de enfermedades. Las características de clasificación de esta progresión son las condiciones de salud, las enfermedades, los tratamientos, la incapacidad, y los profesionales y establecimientos médicos.

d) La secuencia de la delincuencia. Esta progresión se relaciona con la conducta anómala que conduce a la delincuencia, con la delincuencia misma y con el tratamiento de ella y sus consecuencias. Como en el caso de la atención médica, pueden interesarnos los problemas de organización que plantea el tratamiento de la delincuencia en general o los de etiología y tratamiento de algunos tipos de crímenes, y los límites deben establecerse en relación con esos elementos. Las características para la clasificación de esta secuencia son las primeras señales de conducta irregular, las transgresiones, la gravedad de las transgresiones, el tratamiento de los transgresores, la incapacidad y las instituciones (policía, tribunales, prisiones, etc.) que se ocupan de las transgresiones y de los transgresores.

Más adelante se considerarán los problemas que se plantean para establecer una relación entre las clasificaciones de diferentes secuencias. Pero antes, se examinará la presentación y el análisis de los datos relacionados con una sola secuencia, lo cual será suficiente para muchos fines. Por ejemplo, es muy probable que al planificar los servicios de educación o de salud interese más conocer el número de individuos que pasarán a través de las diferentes partes del sistema que las características personales o familiares de estos individuos. Estas características tienen principalmente importancia para otros fines; por ejemplo, para comprender las razones por las cuales algunas clases de individuos tienden a concentrarse en algunas partes del sistema. Naturalmente, estas informaciones pueden contribuir a que las proyecciones sean mejores pero no son esenciales.

4. Un esquema o marco para las reservas y movimientos humanos

Al estudiar cualquier progresión es necesario saber cómo se distribuyen los individuos en los posibles estadios en diferentes instantes (información sobre reservas) y cómo se desplazan los individuos de un estadio a otro en diferentes intervalos (información sobre los movimientos). A diferencia de lo que ocurre en la esfera económica las estadísticas sociales contienen mucha información sobre las reservas y relativamente poca información sobre los movimientos. Si bien las informaciones sobre las reservas tienen muchos usos, no permiten apreciar los pormenores de los cambios ocurridos. Por ese motivo, me parece que en la actualidad la tarea más importante en este sector de la estadística es el perfeccionamiento de la información relativa a los movimientos. Si bien considero útil mostrar, mediante la formulación de modelos, la forma en que puede utilizarse la información estadística, estimo también elemental disponer de una medición coherente de las reservas y los movimientos, cualquiera que sea el sistema de modelos, similar o no al que se describe en la sección siguiente.

El cuadro l que figura a continuación contiene un esquema matricial estándar que permite utilizar los datos correspondientes a cualquier progresión. Este esquema difiere un poco del utilizado en trabajos anteriores (11) por cuanto se refiere a las reservas inicial y final de un período en lugar de al movimiento de salida de un período y de entrada en el siguiente. Esta distinción se explica en (9, 12).

Cuadro 1 MATRIZ ESTANDAR

	Mundo exterior	País en estudio estados iniciales	Reservas al cierre
Mundo exterior	α	d*	
País en estudio Estados iniciales	ъ	s	An
Reservas iniciales		n¹	

A continuación se indica el significado de los símbolos que figuran en el cuadro 1:

- Es un escalar (un número solo) e indica el número total de individuos que entran o salen del país durante el período de modo que no están registrados en la reserva final o en la inicial. Como ejemplo, cabe citar el caso de una criatura nacida durante el período y que fallece antes de que éste termine.
- Un vector columna (o columna de números) indica los nuevos ingresados en el país, es decir, las personas que nacen o inmigran durante el período y que sobreviven hasta el final del período. Los individuos pertenecientes a esta categoría figuran en la reserva final, pero no en la inicial.
- d' Un vector fila (o fila de números) indica el número de personas que abandonan 'nuestro país' es decir, el número de fallecidos y emigrantes durante el período. Los individuos pertenecientes a esta categoría figuran en la reserva inicial pero no en la final. Por convención, el vector fila se representa por el símbolo utilizado para el vector columna seguido por un superíndice (').
- 5 Una matriz cuadrada (o bloque cuadrado de números), señala los sobrevivientes en el país durante el período, que figuran en la reserva inicial y en la final. Por su estado inicial se los clasifica en las columnas y por su estado final en las filas.
- nº Un vector fila indica la reserva inicial en cada estadio.
- Λ n° Un vector columna indica la reserva final en cada estadio. El símbolo Λ el operador de desfasamiento, que desplaza en el tiempo la variable a la cual se aplica. Así, si n(r) indica el valor del vector n en el período T, luego Δ n $(r) \equiv n(r+1)$ y en general Δ^0 $n(r) \equiv n(r+9)$.

Este esquema permite utilizar información de cualquier secuencia o de cualquier combinación de secuencias todo depende de las clasificaciones utilizadas. La información misma puede referirse a los que están vivos en un intervalo determinado (corte transversal o datos transversales) o a los nacidos en determinado intervalo (datos Históricos o longitudinales).

Disponer de un esquema de aplicación general presenta varias ventajas. Primero, permite especificar conjuntos de datos coherentes y, dentro de sus limitaciones, son completos. Segundo, es muy útil si, como ocurre con frecuencia, los datos para una secuencia son reunidos por distintos organismos. Por ejemplo, permite saber con exactitud que estadísticas demográficas, educacionales, de empleo y de otra findole se necesitan para construir una matriz coherente para la secuencia activa. Tercero, cuando son compatibles los elementos comunes de diferentes secuencias aumentan las posibilidades de obtener clasificaciones cruzadas de datos de diferentes secuencias. Cuarto, es útil disponer de un esquema cuando se construyen modelos porque indica las identidades que vinculan las variables del modelo y por ende los grados de libertad disponibles que pueden ser absorbidos por las relaciones de comportamiento, las restricciones en materia de política y elementos similares. Por último, incluso aunque las estadísticas procedieran de sistemas de datos individualizados, que se actualizan continuamente, sería necesario tener ideas claras sobre la información que se proyecta extraer del banco de datos para determinados análisis y las identidades que vinculan esos datos. Naturalmente, en estas circunstancias ya no interesa disponer los datos en hojas de trabajo o en páginas impresas, pues se encuentran todos en la computadora. Pero los procesos intelectuales necesarios para utilizarlos eficazmente son muy similares a los que se aplican cuando se utilizan métodos más simples de elaboración.

5. Algunos modelos simples

Los símbolos que figuran en el cuadro l están vinculados por dos conjuntos de identidades. Primero, los que forman parte de la reserva inicial sobreviven hasta el final del año, o emigran o mueren durante el año, es decir:

$$n = S^{\dagger}i + d \tag{1}$$

en que i indica el vector unitario, de modo que S'i indica las sumas de la columna de S. Segundo, los incluidos en la reserva final han sobrevivido desde el comienzo del año o han nacido o inmigrado durante el año, es decir

$$\Lambda n = Si + b \tag{2}$$

a) Modelos hacia atrás y modelos hacia adelante. Cualquiera de estas ecuaciones puede ser transformada en un conjunto de ecuaciones, las diferencias con un vector exógeno, formando matrices de coeficientes basados respectivamente en las filas o las columnas de S. Si se utiliza la letra G para indicar la matriz de coeficientes basada en las filas, entonces

$$G^{2} = S \wedge \hat{n}^{-1} \tag{3}$$

y asi, al combiner (1) y (3),

$$n = G^{\dagger} \Lambda n + d \tag{4}$$

Asimismo, si se utiliza la letra C para designar la matriz de coeficientes de la columna, entonces

$$c = s\hat{n}^{-1} \tag{5}$$

y así, al combinar (2) y (5),

$$\Lambda n = Cn + b \tag{6}$$

b) El modelo hacia adelante en condiciones de equilibrio estacionario. La ecuación (6) se basa en proporciones de transición: los que se encuentran en un determinado estadio al comienzo del año pasan en proporciones fijas a los estadios alos que éste alimenta directamente. Esta ecuación nos permite proyectar hacia adelante. En el texto que figura a continuación, me ocuparé principalmente de esta forma de la ecuación; mutatis mutandis pueden hacerse afirmaciones similares respecto de las ecuaciones de modelos hacia atrás.

Considérese primero el caso en que los datos se refieren a una población en equilibrio estacionario o que puede ser ajustada de alguna manera para satisfacer esa condición. En estas circunstancias, no varían el tamaño y la composición de la población, de modo que $\Lambda^0_n = n$ y $\Lambda^0_b = b$ >

En este caso, la ecuación (6) toma la siguiente forma

$$n = Cn + b$$

$$= (I-C)^{-1} b$$
(7)

que expresa n como transformación matricial de b.

Para un economista, la ecuación (7) es idéntica en su forma a la ecuación cuantitativa de un sistema abierto de insumo-producto, en que $(1-C)^{-1}$ es el multiplicador matricial que transforma las demandas finales en productos finales. En el caso examinado, la matriz transforma en la población total a los nuevos individuos que ingresan. La importancia de esta interpretación reside en que, como en el caso de aplicación económica, existe una ecuación de precios correspondiente que permite calcular los costos o entradas futuras vinculadas con quienes se encuentran ahora en determinado estado, al conocer el costo unitario o las entradas unitarias en cada estado.

Para un probabilista, la matriz inversa $(1-C)^{-1}$ tiene la forma de la matriz fundamental de una cadena de Markov absorbente y se le puede dar esta interpretación si se considera a C como una matriz de probabilidades y no simplemente como una matriz de proporciones. Esto significa que la probabilidad de desplazamiento de un estado a otro es igual para todos miembros de determinado estado, lo que su vez quiere decir que las probabilidades de desplazamiento desde un estado dado son independientes de la trayectoria seguida para llegar a él. La importancia de esta interpretación reside en que si se puede considerar que C es una matriz de probabilidades, también puede considerarse que la secuencia es una cadena de Markov absorbente y aplicársele todos los teoremas aplicables a esas cadenas.

c) Recordando el pasado. Si se definen los estados en función de las características actuales de los individuos solamente, quizá no sea plausible suponer que las probabilidades de desplazamiento desde los estados sean independientes de la trayectoria seguida para llegar a ellos. Por ejemplo, en la secuencia relativa a la salud y a la atención médica, pueden figurar dos individuos que aparentemente se encuentran en las mismas condiciones de salud en determinada edad, pero cabe esperar que su futuro sea distinto desde el punto de vida médico, si su pasado fue diferente. En ese caso, parecería necesario definir los estados de tal manera que no sólo se relacionaran con la situación actual del individuo desde el punto de vista médico sino también con su situación anterior, y eso puede hacerse de la siguiente manera.

Supóngase que la duración de la vida se divide en ${\bf r}$ grupos de edades o estados, y que en cada estado se clasifica a los individuos en categorías médicas que llegan hasta ${\bf \mu}$. En el caso más simple, las categorías médicas pueden consistir en la dicotomía enfermo o sano. En este caso habría dos estados en la primera etapa. En la segunda etapa los que se encontraban sanos en la primera etapa podrían clasificarse según si encuentran sanos o enfermos y lo mismo podría hacerse con los que se encontraban enfermos en la primera etapa. Así, en la segunda etapa habrían ${\bf \mu}^{\bf r}$ estadios, y en general en la etapa ${\bf r}$ habrían ${\bf \mu}^{\bf r}$ estadios.

Si se considera que hay un intervalo de un año entre la reserva inicial y la reserva final y que la etapa tiene una duración de diez años, en cualquier período un individuo puede: i) permanecer en esa etapa y, en lo que a este trabajo se refiere, asimismo en el estado en que se anotó al comienzo del período; ii) trasladarse a uno de los estados característicos de la etapa siguiente; o iii) trasladarse al estado que debe absorberlo.

Con este método de anotación, la matriz-C asume una forma muy especial: las submatrices diagonales son diagonales (lo cual corresponde al hecho de que no se registran los cambios de estado dentro de una etapa); y las únicas submatrices distintas de cero son las inmediatamente inferiores a las diagonales (que corresponden al hecho de que los individuos sólo pueden pasar de una etapa a la próxima, y no pudiendo saltarse ninguna o retroceder). Así, si existen tres etapas, C toma la forma

donde

$$(\mathbf{I}-\hat{\mathbf{c}}_{11})^{-1} \qquad 0 \qquad 0$$

$$(\mathbf{I}-\hat{\mathbf{c}}_{22})^{-1}\mathbf{c}_{21}(\mathbf{I}-\hat{\mathbf{c}}_{11})^{-1} \qquad (\mathbf{I}-\hat{\mathbf{c}}_{22})^{-1} \qquad 0$$

$$(\mathbf{I}-\hat{\mathbf{c}}_{33})^{-1}\mathbf{c}_{32}(\mathbf{I}-\hat{\mathbf{c}}_{22})^{-1}\mathbf{c}_{21}(\mathbf{I}-\hat{\mathbf{c}}_{11})^{-1} \qquad (\mathbf{I}-\hat{\mathbf{c}}_{33})^{-1}\mathbf{c}_{32}(\mathbf{I}-\hat{\mathbf{c}}_{22})^{-1} \qquad (\mathbf{I}-\hat{\mathbf{c}}_{33})^{-1}$$

Así, en tanto que las matrices-C tienden a ser grandes, las matrices inversas pueden elaborarse utilizando los valores recíprocos y mediante la multiplicación sistemática de matrices.

d) El modelo hacia adelante como base de proyección. Si es dable suponer que la matriz-C no varía en el tiempo, se puede utilizar (6) para hacer proyecciones, siempre que se conozca el curso futuro del vector exógeno, b. En ese caso, si se aplica el operador de desfasamiento, Δ , a (6) se obtiene

$$\Lambda^{2} \mathbf{n} = \mathbf{C} \Lambda \mathbf{n} + \Lambda \mathbf{b}$$

$$= \mathbf{C}^{2} \mathbf{n} + \mathbf{C} \mathbf{b} + \Delta \mathbf{b}$$
(10)

y en general,

$$\Lambda^{r}_{n} = c^{r}_{n} + \frac{r-1}{r} c^{\theta} \Lambda^{-r-\theta-1}_{b}$$
 (11)

La ecuación (11) expresa el vector reservas en \checkmark períodos futuros, en función del vector reserva actual y de los nuevos vectores de ingreso desde el período actual hasta el período r-l.

e) Cambios en los coeficientes. Los elementos de la matriz-C, como los de la matriz-A del análisis económico de insumo-producto, dependen de la oferta y la demanda, la que a su vez depende en gran medida de la política del sector público y de la actitud de la comunidad respecto de la educación, la salud o lo que sea. Por lo tanto, es probable que la matriz-C cambie con el tiempo y se plantea entonces la siguiente pregunta: ¿existe un método satisfactorio que permita proyectar los elementos de C de modo que al avanzar, puedan modificarse gradualmente las probabilidades de transición aplicables a los vectores de la reserva inicial? Si la respuesta es afirmativa, entonces, como se muestra en (9, 12), no hay dificultades para reformular (11) a fin de incorporar esta información.

Al observar la serie de matrices-C se advierte que además de los cambios repentinos, ocasionados por decisiones adoptadas en materia de política como la de aumentar la edad en que debe abandonarse la escuela. las probabilidades de transición son constantes o cambian lentamente. Por ejemplo, las probabilidades de permanecer en la escuela hasta edades superiores a la fijada para abandonarla están aumentando y, como los egresados de las escuelas tienden en forma creciente a ingresar a alguna enseñanza de nivel superior disminuyen las posibilidades de buscar empleo a esas edades. Sin embargo, incluso si pudieran medirse las probabilidades correspondientes a los últimos veinte años, no se dispone de una base muy sólida para hacer proyecciones correspondientes a los próximos veinte años de modo que sólo podemos utilizar métodos sencillos que no corresponden más que a proyecciones de las tendencias en las que se tienen en cuenta los cambios súbitos que cabe esperar. El método que he empleado en forma experimental es el modelo epidémico simple aplicado a las transiciones educacionales, en que se trata como un residuo la transición al empleo en cualquier edad. Si car indica la probabilidad de transición del estado educacional r al estado educacional s, este modelo, al expresarse en función del tiempo discreto, toma la forma

$$\Delta o_{sr} = \beta o_{sr} (V - o_{sr})$$

$$= \beta V o_{sr} - \beta c^{2}_{sr}$$
(12)

en que $\Lambda=\Lambda-1$ y $0< 7\leqslant 1$ indica en valor máximo que puede tomar $c_{\rm sr}$. Si la ecuación (12) se expresa en tiempo continuo, su integral es una curva logística y por eso, con el tiempo $c_{\rm sr}$ se moverá hacia y y no puede tomar valores imposibles como ocurriría si supieramos que sigue una tendencia cronológica lineal o exponencial. A menudo los datos podrán ser insuficientes para estimar y en forma precisa y en ese caso será necesario elegir valores arbitrarios dentro de un intervalo plausible y ver en qué medida hace diferir esta selección las proyecciones a veinte o treinta años plazo.

f) La ecuación de precios en el modelo hacia adelante. Me he propuesto examinar esta ecuación en función de los costos educacionales aunque puede naturalmente aplicarse a otros costos, e incluso a las ganancias o a las ganancias excesivas con respecto a costos de cualquier indole.

Sea m un vector cuyos elementos miden los costos educacionales en que debe incurrirse cada año para educar a un individuo que se encuentra en un estado determinado del sistema. Suponiendo que m permanezca invariable en el futuro, el costo total en que se incurrirá desde ahora para educar, o terminar de educar a un individuo que actualmente se encuentra en un determinado estado es un elemento de un vector, que podemos llamar k, en el que

$$k = m + C^{*}m + C^{*}m + ...$$

$$= m + C^{*}k$$

$$= (I-C^{*})^{-1}m$$
(13)

Los términos del segundo miembro de la primera fila de (13) se refieren a los años sucesivos en que se incurrirá en gastos por concepto de educación. Los elementos de esos vectores se refieren a los estados en que se encuentran actualmente los individuos multiplicados por los probables costos en educación correspondientes a este año, al año próximo, etc.

Si es dable suponer que cambiarán los costos unitarios de modo que en el año Θ , se sustituirá m por $\Delta^{\,\Theta}$ m, entonces (13) se transforma en

$$k = m + C \sqrt{m} + C \sqrt{2} m + \cdots$$

$$= m + C \sqrt{k}$$

$$= (I - C \sqrt{k})^{-1} m$$
(14)

As1, si puede estimarse Δ^9 m para los valores pertinentes de 9 se puede tener en cuenta las variaciones en los costos.

Si se supone que cambiará la matriz—C, debe reemplazarse C 9 por $\overline{c} = \Delta \theta - 1c \cdot \Delta \theta - 2C \dots C$, y la ecuación (14) se transforma en

$$k = m + \overline{C}^{\dagger} \wedge_{m} + \overline{C}^{\dagger} \wedge^{2} m + \cdots$$

$$= m + \overline{C}^{\dagger} \wedge k$$

$$= (I - \overline{C}^{\dagger} \wedge)^{-1} m \qquad (15)$$

Por lo tanto, si se puede estimar $\Lambda^9 c$ para obtener los valores pertinentes de θ pueden tenerse en cuenta las probabilidades variables de transición.

Si ρ expresa el tipo de interés, $c = 1/(1 + \rho)$ indica el factor descuento y si los estados de C están separados por intervalos anuales (lo que ocurriría si el año de nacimiento fuera el principal criterio de clasificación empleado) es fácil calcular las corrientes de costos futuros descontados correspondientes a (13). Si κ^* indica el vector correspondiente a los costos acumulados descontados y si $C^* \equiv cC$, entonces la ecuación (13) es sustituida por

$$k^* = (I - C^{***})^{-1}m \tag{16}$$

Si se pudo calcular el valor inverso en (13), se puede calcular fácilmente el valor inverso en (16) ya que

$$(I - C^{*})^{-1} \equiv \hat{s} (I - C^{*})^{-1} \hat{s}^{-1}$$
 (17)

en que los elementos de s son las potencias decrecientes de c, repitiéndose una potencia para los estados que se alcanzan en el mismo número de intervalos cronológicos a partir de un momento cronológico determinado.

Estos modelos pueden elaborarse de varias maneras, algunas de las cuales se exponen en (9, 12). Pero creo haber dicho suficiente para indicar cuán útiles son para analizar las informaciones sobre las reservas y movimientos humanos y sobre los costos y beneficios vinculados con ellos. Ilustran una manera de analizar los datos relativos a las reservas y a los movimientos pero no proporcionan la única justificación del esquema matricial que figura en la sección 4. Se necesita un esquema para anotar las reservas y movimientos, ya que la coherencia es una característica conveniente en estadística cualquiera que sea el método de análisis.

6. Vinculaciones entre las progresiones

Como ya se ha dicho, al proponer que se dividiera la vida en secuencias se tuvo en cuenta la obtención de informaciones estadísticas regulares. Lo que suele hacerse es reunir estadísticas estáticas sobre los estudiantes mediante cuestionarios anuales llenados por las escuelas; y no sería difícil recopilar al mismo tiempo estadísticas dinámicas para lo cual podría agregarse una pregunta relativa a la posición que ocupaba pada estudiante el año anterior, como se hace en Holanda (8). Sería mucho más engorroso exigir a las escuelas que suministraran en forma rutinaria informaciones personales y familiares sobre los estudiantes. Esta dificultad no se plantearía si la información se obtuviera de los estudiantes y de sus familias. como en los estudios longitudinales efectuados por Douglas y otros autores en Gran Bretaña (2, 3), y en el estudio de Freytag y Weiszacker en Baden-Wurtemberg (4, 5). Sin embargo, resulta gravoso utilizar esta fuente de información, y de ser usada, no cabe esperar que incluya todos los casos. Si para reunir las estadísticas se utiliza un sistema eslabonado de datos compatibles, o mejor aún, sistema comprehensivo de datos individualizados que se actualizan continuamente, no tiene objeto analizar las secuencias porque la información almacenada en computadoras en el vasto banco de datos puede combinarse y extraerse de cualquier forma de se desee. Pero si bien éstos sean quizá los métodos que se utilicen para reunir las estadísticas en el futuro, no se aplican, salvo contadas excepciones, en la actualidad y por lo tanto vale la pena examinar la sistematización de las estadísticas sociales que se reúnen aplicando métodos más familiares de recopilación.

El método de las secuencias describe diferentes aspectos de la vida con arreglo a su propio merco de referencia, lo cual puede resultar muy adecuado para muchos fines de la organización y la planificación. Por ejemplo, nos permite investigar el desplazamiento de los estudiantes a través del sistema educacional y establecer las consecuencias de cualquier cambio previsto en la estructura del sistema. Sin embargo, si queremos comprender las razones por las cuales tipos distintos de individuos tienen experiencias muy diferentes, necesitamos informaciones adicionales. Con arreglo al marco de referencia de la progresión misma sólo podemos decir que influye mucho el tipo de escuela a la cual se haya asistido y las calificaciones obtenidas en diferentes estadios. Si se desea hacer un examen más a fondo. es necesario introducir en una secuencia las características de clasificación de otras secuencias; por ejemplo, en la secuencia del aprendizaje pueden introducirse clasificaciones adicionales como la clase social a la cual pertenece la familia del estudiante, la localidad rural o urbana de donde procede esa familia y las primeras calificaciones obtenidas por el estudiante en las pruebas de inteligencia. Si se introducen estos factores conjuntamente con

el tipo de escuela a la cual haya asistido, el estudiante, puede saberse si en algún estado de su carrera desaparece la influencia de las características personales y familiares siendo reemplazadas por las características institucionales de la escuela a la cual asiste.

Por lo tanto, si para algunos fines es indispensable combinar informaciones de diferentes secuencias, no se sabe con certeza si debe incorporarse este requisito en el sistema regular de información. En el presente ejemplo, puede considerarse que el sistema regular es un marco del cual pueden extraerse muestras que contienen características de muchas secuencias.

Los modelos que figuran en las secciones anteriores no dependen de las clasificaciones utilizadas, de modo que pueden aplicarse a sistemas mixtos. Sin embargo, como ya lo he dicho, estos modelos no son la única forma de análisis y he visto que el método de regresión aplicado a las variables de simulación suele ser útil para examinar los problemas sociales puesto que muchas de las clasificaciones que nos interesan no son numéricas.

Como ejemplo, supóngase que puedan clasificarse los miembros de una cohorte según el sexo, la clase social y las calificaciones obtenidas en las pruebas de inteligencia y que nos interesen conocer los efectos de esas características sobre el rendimiento escolar. Los diferentes tipos de individuos pueden ser representados mediante las filas de una matriz que se componga de 0's y 1's. Por ejemplo, para dos sexos, dos clases sociales y tres calificaciones de inteligencia tendríamos $2 \times 2 \times 3 = 12$ tipos. Si se agrega una columna de 1's que represente un factor general, la matriz resultante, por ejemplo X* tendría la forma siguiente:

•	1	1	O	1	0	1	0	0	
	1	1	0 -	1	0	0	1	٥	
	1	1	0	1	0	O	0 .	1	
	1	1	0	0	1	1	0	0	
	1	1	0	0	1	0	1	0	
	1	1	0	٥	1	0	0	1	
X* = '	1	0	1	1	0	1	0	٥	(18)
;	1	0	1	1	0	0	1	٥	
	1	D	1	1	0	0	0	1	
	1	0	1	0	1	1	0	0	,
	1	O	1	0	1	0	1	0	
ļ	1	0	1	0	1	0	Q	1	/En esta
		,							/ will 6000

En esta matriz, las doce filas representan los doce tipos. Un l en la primera columna representa el factor general, en la segunda columna el sexo masculino, en la tercera el sexo femenino y en la cuarta se distingue la clase social alta y eto.

Cuando se tiene una matriz completa como X*, el producto X**X* es necesariamente singular. Para evitar que esto ocurra basta eliminar una de las columnas relacionadas con cada una de las clasificaciones. Eliminemos las columnas 2, 4 y 6 y usemos X para indicar la matriz resultante del tipo (12 x 5) por X.

Si los elementos del vector y indican la proporción de niños en cada uno de los doce grupos que logra llegar a cierto tramo en el ciclo educativo o aprobar determinada prueba, se puede establecer la regresión de y en las columnas de las X. La ecuación de regresión es:

$$y = Xb + \varepsilon (19)$$

en la cual b indica el vector de parámetros y e un vector de perturbaciones. El estimador de regresión por mínimos cuadrados, por ejemplo b* de b es

$$b* = (X!X)^{-1} X!y$$
 (20)

Los elementos de b y de b* se relacionan con las columnas 1, 3, 5, 7 y 8 de X*. Todos los coeficientes relacionados con las columnas 2, 4 y 6 equivalen a cero. De esta manera, la proporción calculada de muchachos de la clase social más alta y el grupo de mayor inteligencia que pasa la prueba educacional de que se trata equivale al término constante, y los coeficientes de regresión miden los aumentos o deducciones de este número en relación con otras características. Por ejemplo, la proporción calculada de muchachas de la clase social más baja y del grupo de inteligencia menor es bl + b3 + b5 + b8, en la que bl denota el término constante, b3 el diferencial en cuanto al sexo, y así por el estilo. En la sección siguiente daré algunos ejemplos de este tipo de análisis.

7. Algunos ejemplos numéricos

Los ejemplos siguientes ilustran el análisis de las matrices sociales descrito en las dos secciones anteriores. Los primeros tres ejemplos se basan en matrices del orden 114 que no reproduciré aquí ya que están en parte disponibles (9, 12). Se basan en el esquema descrito en mi trabajo anterior (11), no en el esquema ligeramente diferente incorporado en la matriz estándar del cuadro 1. Estas matrices abarcan los primeros veinte años de vida, es decir, de 0 a 19 años de edad, y en ellas la clasificación primaria es por edad, la secundaria es por la institución de enseñanza a que asistieron, y la terciaria por nivel de trabajo. Esta última clasificación sólo es efectiva en el caso de las escuelas secundarias, en las que el trabajo se divide entre el que precede al estudio para preparar los exámenes de nivel avanzado (no de nivel A) y el estudio para preparar estos exámenes (nivel A).

El sexto ejemplo se basa en una matriz para toda edad (o independiente de la edad) del orden 44 relacionada con toda la secuencia activa. Las cifras de la parte inferior se basan en la matriz estándar; en otro trabajo mío (10) figura una matriz condensada del orden 22 basada en mi esquema anterior. Al usar matrices de diferentes dimensiones existe un problema de agregación el llamado problema de la aglomeración, que aún no he investigado en este contexto. Es importante, sin embargo, ya que, como lo muestran Kemeny y Snell (7), una versión agregada de un sistema que puede interpretarse como una cadena Markov sólo puede ser interpretado así a su vez si se reúnen ciertas condiciones.

Volvamos a los ejemplos.

a) La experiencia educacional de dos tipos de muchacho de 19 años de edad. Las cifras del cuadro 2 se relacionan con la experiencia media. De esta manera, como los niños normalmente no cambian su escuela secundaria (aunque debe hacerse alguna excepción cuando se forman escuelas "comprehensive"), el cuadro destaca el hecho muy conocido de que los estudiantes universitarios tienden a proceder de escuelas "grammar", y que los que han abandonado el sistema educacional hacia la edad de 19 años tienden a proceder de escuelas de naturaleza menos académica.

Cuadro 2
TIEMPO MEDIO DEDICADO A DIFERENTES ACTIVIDADES EN LOS
PRIMEROS 20 AÑOS DE VIDA

Inglaterra y Gales, población superviviente masculina a la edad de 19 años, condiciones existentes en 1964—1965

	Año	os
Actividad	En la universidad	No dedicados a la educación en jornada completa
Hogar preescolar	4.8	4.8
Guardería infantil y escuelas primarias y especiales	6,8	6.7
Escuelas secundarias		
"Grammar"	5 .3	1.3
Otras	1.3	3.1
Educación posterior en jornada completa		0.1
Restante educación en jornada completa	0.4	4.0
Universidad	1.5	gas y
Total	20.0	20,0

Nota: no siempre la suma de los componentes es igual a los totales a causa de los errores de redondeo de cifras.

En lugar de dividir la experiencia en la escuela secundaria por tipo de escuela pudimos hacerlo con igual facilidad por nivel de trabajo. Si así hubiéramos obrado habríamos hallado que, de 6.6 años en la escuela secundaria, los estudiantes universitarios, como promedio, pasaban 4.7 años en el nivel no A y 1.9 años en trabajo de nivel A, en tanto que las cifras respectivas para los que están fuera del sistema de educación formal de jornada completa son 4.25 años y 0.15 años, respectivamente.

Todas estas cifras son hipotéticas en el sentido de que reflejan la experiencia media de dos grupos de muchachos que vivieron en las condiciones del año escolar 1964-1965. Con cambios en las probabilidades de admisión la experiencia de una promoción determinada cualquiera de ese período habría sido algo diferente.

b) Los siete años entre los 13 y los 19 años de edad. Este ejemplo ilustra el modelo adelantado basado en las probabilidades de transición en la forma en que se plantean en el párrafo 6 de la sección 5 a). Preguntemos: ¿Cuánto tiempo dedicarán a diferentes actividades después de cierta edad los individuos de un estado determinado? El cuadro 3 responde a esta pregunta respecto de muchachos de ocho estados iniciales en cuanto a la distribución media de tiempo durante los siete años que van desde los 13 hasta los 19 años de edad, siempre sobre la base de la suposición de que no cambien las probabilidades de transición del año 1964-1965. El cuadro está hecho a partir de las entradas en una invertida semejante a (I-C)-1 pero limitada a los sobrevivientes, de manera que, aparte de los errores de rendondeo de cifras, las entradas de todas las columnas suman 7.

En la primera columna del cuadro 3 figura el tiempo medio que puede esperarse que dedique un grupo de recién nacidos a las diversas actividades educacionales que pueden realizar entre las edades de 13 y 19 años. De estos siete años, los dos primeros son de escolaridad obligatoria, de manera que a lo sumo pueden pasarse cinco de estos siete años fuera del sistema educacional de jornada completa. La entrada en la primera fila y primera columna del cuadro es aproximadamente 3.5, indicando que la expectativa media en el momento del nacimiento es de 1.5 años de educación voluntaria de jornada completa entre el fin de la asistencia obligatoria a la escuela y la edad de 20 años.

Cuadro 3 TIEMPO MEDIO QUE DEDICARÁN A DIFERENTES ACTIVIDADES EDUCACIONALES MUCHACHOS DE 13 A 19 AÑOS DE EDAD DE OCHO ESTADOS INICIALES SELECCIONADOS

(Inglaterra y Gales, condiciones de 1964-1965)

			٠,					· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		Añes
iot	ividad	Estado	Edad 0	Edad 5: Guarde- rías infan- tiles y primaria	Edud II: Primaria	Edad 13: Primaria	Edad 13: "Secondary modern"	Edad 13: "Gremmer"	Edad 13: "Compre- hensive"	Edad 13: Otras escuelas normales
0	No dedicado a la enseñanza formal de jor	nada completa	3.490	3.486	3.392	1.909	4.172	1.809	3.716	3.586
1	Guarderías infantiles y primaria		0.009	0.009	0.029	1.032	0	0	0	0
2	Escuela secundaria ("Secondary modern"):	a) no de nivel A b) de nivel A	1.349 0.006	1.366 0.006	1.277 0.006	0 0	2.552 0.011	0 0	o .	o o
3	Escuela secundaria ("Grammar"):	a) no de nivel A b) de nivel A	0 .7 89 0 . 324	0.799 0.328	0.924 0.384	2.235 1.260	0 0.019	3.309 1.302	0 0	0.006 0.003
4	Escuela secundaria ("Comprehensive"):	a) No de nivel A b) de nivel A	0.048 0.144	0•0 1 0 ०•१ १ १७	0.508 0.051	0 0.004	0.044 0.014	0 0.004	2.869 0.238	0.323 0.089
5	Escuela secundaria ("Other normal"):	a) no de nivel A b) de nivel A	0.193 0.010	0.195 0.010	0.115 0.006	0	0	o 0	0	2.607 0.139
6	Escuelas especiales		0.057	0.017	0.009	0	0	0	0	0
7	Enseñanza posterior n.e.s.	•	0.159	0.160	0.160	0.175	0.168	0.178	0.105	0.153
8	"Colleges"		0.020	0,020	0.022	0.046	0.007	0.047	0.022	0.024
9	Universidades	•	0.104	0,106	0.119	0.336	0,016	0.347	0.052	0.066
	Total		7.000	7.000	7.000	7.000	7.000	7.000	7.000	7.000
						•				

Nota: Los componentes no suman totales a causa de los errores de redondeo.

Si comparamos las dos primeras columnas del cuadro veremos que la expectativa media en el momento del nacimiento no cambia mucho respecto de los niños de 5 años de edad que asisten a escuelas normales.

Las perspectivas de estos niños son ligeramente mejores sólo porque algunos de sus contemporáneos incapacitados física y mentalmente están en escuelas especiales.

En la tercera columna aparece un nuevo mejoramiento respecto de los muchachos de ll años de edad, la edad media de paso de la escuela primaria a la secundaria. A esta edad algunos niños ya han dado este paso, y los que aún no lo han hecho tienen mejores perspectivas, porque es probable que muchos de ellos asistan a un tipo superior de escuela primaria, la llamada escuela preparatoria, que conserva a los muchachos hasta los l3 años de edad y tiene el objetivo específico de prepararlos para una carrera de "grammar school". Esto resulta más evidente en la cuarta columna: los muchachos que aún están en la escuela primaria a los l3 años de edad están casi todos destinados a ingresar a la "grammar school".

En las otras cuatro columnas figuran las perspectivas de los muchachos de 13 años de edad en los cuatro tipos de escuela secundaria normal. El mayor contraste aparece entre los alumnos de las escuelas secundarias "modernas" y los de las "grammar schools": como promedio, los primeros pueden esperar menos de un año de educación voluntaria de jornada completa entre los 15 y los 19 años de edad, en tanto que los segundos pueden esperar más de tres años en ese tipo de educación en el mismo período. Puede verse una diferencia igualmente marcada en el tiempo medio que dedican los dos grupos dedicados al trabajo de nivel A en instituciones de enseñanza superior.

c) Muchachos y muchachas en la escuela secundaria. Aunque la posición cambia, las muchachas tienen una expectativa inferior a la de los muchachos de llegar a las etapas superiores de la enseñanza, y podría suponerse que esto se debe en parte a la diferente participación en la enseñanza secundaria. En el cuadro 4, elaborado sobre la base de las entradas en las matrices de la forma $(I-C)^{-1}$, figuran la experencia secundaria de mil niños y mil niñas en las condiciones vigentes en el año escolar 1962-1965.

Cuadro 4

EXPEUTATIVA MEDIA DE AÑOS DE ESCOLARIDAD SECUNDARIA QUE TENIAN AL NACER MIL NIÑOS Y MIL NIÑAS

(Inglaterra y Gales, condiciones de 1964-1965)

Afios Niños Nifias Tipo de escuela secundaria De No de De No de Total Total nivel A nivel A nivel A nivel A 2 205 2 153 2 157 "Secondary modern" 2 199 "Grammar" 315 1 131 1 267 232 1 499 1 116 617 47 36 "Comprehensive" 663 623 659 Otras escuelas normales 335 10 345 - 338 344 4 267 377 4.644 5 381 278 4 659 Total

Nota: Los componentes no siempre suman totales a causa de los errores de redondeo de cifras.

Este cuadro revela que, como promedio, puede esperarse que las niñas pasen un poco más de tiempo en la escuela secundaria que los niños, y que, en comparación con éstos, pasan algo más de tiempo en las "grammar schools" y algo menos en las escuelas secundarias modernas. Estas diferencias se deben a que los niños dedican menos tiempo al trabajo de nivel inferior pero relativamente mucho más tiempo al trabajo de nivel avanzado, siendo requisito para la admisión en una universidad un grado moderado de éxito en este último tipo de trabajo.

El cuadro 4 se refiere a tiempos medios y no indica nada sobre su distribución. Lo eficaz del mayor tiempo dedicado por los muchachos al trabajo de nivel avanzado sólo puede juzgarse mirando la preparación alcanzada.

d) Determinantes del rendimiento educacional. Este ejemplo se relaciona con el método de regresión aplicada a variables supuestas descrito en la sección anterior. Los resultados están tomados de una serie de cálculos hechos por la señora Mary Tuck sobre la base de información recogida por Douglas y otros (2, 3).

Agradezco al Dr. Douglas, de la Dependencia de factores ambientales en las enfermedades mentales y físicas del Consejo de Investigación Médica, y al Consejo de Investigación Médica, por permitirme utilizar esta información.

El estudio hecho por el Dr. Douglas sigue la progresión de una muestra de más o menos 5 000 niños nacidos en marzo de 1946. A comienzos del decenio de 1960 estos niños estaban completando su trabajo de nivel inferior en la escuela secundaria. Con la información disponible puede clasificárselos de diversas maneras que nos permiten introducir características personales y familiares en el análisis del rendimeinto educacional. En los párrafos siguientes se consideran tres características: el sexo, la clase social (dos categorías: M denota clase media y 0 denota clase obrera) y clasificación de capacidad y logro a la edad de ocho años, la más temprana disponible (tres categorías señaladas como 1, 2 y 3).

Examinaremos a continuación la probabilidad de pasar tres vallas educacionales sucesivas:

- i) exémenes de nivel O, pero sin consideración de número, asignaturas o calificaciones;
- ii) exâmenes de nivel A, pero sin consideración de número, asignaturas o calificaciones; y
- iii) iniciación de un curso de primer grado, pero sin consideración de la asignatura. /En el

En el primer caso se obtiene una buena clasificación con la forma de ecuación que se da en la sección 6. Sin embargo, en el segundo y en el tercer caso, este modelo simple, si bien se ajusta en forma apropiada respecto de los muchachos de clase obrera y de las muchachas de clase media, no se ajusta respecto de los muchachos de clase media ni de las muchachas de clase obrera. Según el modelo simple, la probabilidad de que individuos de clase media del primer grupo de capacidad den exámenes de nivel A o inicien un curso de primer grado se subestima en gran medida respecto de los muchachos y se sobreestima en gran medida respecto de las muchachas, en tanto que sucede lo contrario en los grupos segundo y tercero de capacidad. Pueden eliminarse en gran medida estos defectos introduciendo otras dos columnas en la matriz X, una que tenga l en la segunda y tercera filas y otra que tenga l en la undécima y décimosegunda filas.

En el cuadro 5 se reúnen las estimaciones de regresión, sus errores estándar (entre paréntesis) y una medida, \overline{R}^2 , de calidad de ajuste.

El término constante de cada columna del cuadro 5 representa la probabilidad calculada respecto de muchachos de clase media del primer grupo de capacidad. Las entradas que figuran más abajo en la columna representan las cantidades que han de sumarse o restarse respecto de individuos de otros grupos.

Así, la probabilidad estimada de que niñas de la clase obrera pertenecientes al segundo grupo de capacidad den exámenes de nivel 0 es 0.818-0.003-0.294-0.325-0.196; y la respectiva probabilidad estimada de que inicien un curso de primer grado es, según el modelo ampliado, 0.323-0.145-0.174-0.131+0.127=0.001, sin considerar un pequeño error de recondeo de cifras.

En el cuadro 6 se comparan las probabilidades estimadas con las probabilidades observadas.

De este análisis pueden sacarse varias conclusiones.

En primer lugar, en el estado de nivel O no hay diferencias importantes entre los sexos, pero tanto la clase social como la capacidad tienen grandes efectos. La diferencia de efecto, entre los grupos 2 y 3 de capacidad es grande, pero no tanto como la diferencia de efecto entre los grupos 1 y 2 de capacidad.

Cuadro 5

RESULTADOS DE LA REGRESION EN EL ANALISIS DEL RENDIMIENTO EDUCACIONAL

POR SEXO, CLASE SOCIAL Y GRADO DE CAPACIDAD

	De nivel 0	De niv	rel A	De prime	r grado
	Modelo simple	Modelo simple	Modelo ampliado	Modelo simple	Modelo ampliado
Término constante	0.818	0.431	0.528	0.2 ⁴⁴	0.323
	(0.021)	(0.042)	(0.014)	(0.037)	(0.025)
Sexo	-0.003	-0.051	-0.147	-0.065	-0.145
	(0.019)	(0.037)	(0.013)	(0.033)	(0.023)
Clase social	-0.294	-0.166	-0.262	-0.095	-0.174
	(0.019)	(0.037)	(0.013)	(0.033)	(0.023)
Grado de capacidad 2	-0.325	-0.217	-0,210	-0.127	-0.131
	(0,023)	(0.046)	(0.013)	(0.041)	(0,023)
Grado de capacidad 3	-0.481	-0. 259	-0.251	-0.126	-0.131
	(0.023)	(0.046)	(0.013)	(0.041)	(0.023)
Efecto HM	-	•	-0.158	_	-0 ₄ 111
			(0.018)		(0.032)
Efecto MO	=	-	0.130	-	0.127
			(0.018)		(0.032)
₹ ²	0.98	0.82	0.99	0.62	0.91

Cuadro 6

PROBABILIDADES OBSERVADAS Y ESTIMADAS RESPECTO DE DIVERSOS TIPOS DE INDIVIDUOS
EN LOS TRES ESTADIOS DE PROGRESION EDUCACIONAL

	De ni	vel 0		De nivel	A	Pr	imer grado	
	Observada	Modelo simple	Observada	Modelo simple	Modelo ampliado	Observada	Modelo simple	Modelo ampliado
H M 1	0.833	0.818	0.540	0.432	0.528	0.352	0 <u>.</u> 2 ¹ 11	0.323
H M 2	0.493	0.493	0.169	0.215	0.160	0.081	0.117	0.081
нмз	0.282	0.337	0.109	0.173	0.118	0.082	0.118	0.082
H O 1	0.553	0.525	0.241	0.266	0.266	0.108	0.149	0.149
H O 2	0.186	0.200	0.062	0.049	0.056	0+025	0.022	0.018
ноз	0.069	0.043	0.021	0.007	0.014	0.014	0.023	0.019
M M 1	0.804	0.815	0.382	0.381	0.381	0.163	0.179	0.179
M M 2	0.512	0.490	0,161	0.164	0.171	0.032	0.052	0.048
ммэ	0.364	0.334	0.127	0.123	0.130	0.052	0.052	0.048
M 0 1	0.490	0.522	0.132	0.215	0.119	0.032	0.084	0.005
M O 2	0.189	0.196	0.034	-0.002	0.039	0	-0.043	0.001
моз	0.039	0.040	0.003	-0.043	-0.002	0.003	-0.042	0.002

En segundo lugar, en los estados de nivel A y de primer grado, que están más alejados de la edad de asistencia escolar obligatoria, surge una marcada diferencia entre los sexos. Al mismo tiempo se estrecha gradualmente la diferencia entre los grupos 2 y 3 de capacidad.

En tercer lugar, en los dos últimos estados el modelo simple no explica satisfactoriamente el rendimiento de los niños de clase media ni el de las niñas de clase obrera, pero el modelo ampliado corrige en gran medida este defecto. Respecto de los niños de clase media, aumenta sustancialmente la diferencia de efecto entre los grupos l de capacidad y los grupos 2 y 3, en tanto que disminuye sustancialmente respecto de las niñas de clase obrera.

Finalmente, los modelos se basan en el supuesto implícito de que los efectos se suman para determinar las probabilidades. Se ensayó la hipótesis de que se combinan multiplicándose, repitiendo los cálculos de regresión y reemplazando las probabilidades por sus logaritmos. Los resultados fueron notoriamente menos satisfactorios.

e) Permanencia en la escuela. Se han hecho numerosos experimentos de proyección de probabilidades de transición y de medidas semejantes, como la proporción de muchachos de edad \(\) que siguen en la escuela, en la que \(\) excede de la edad mínima para salir de la escuela. En este tipo de trabajo deben tenerse presentes numerosos problemas.

En primer lugar, es probable que se disponga de la información requerida sólo respecto de un período de tiempo relativamente corto. Los cálculos que se describen a continuación se basan en datos relativos a los quince años que van de 1953 a 1967. Se dispone de otras series pertinentes respecto de períodos aún más cortos.

En segundo lugar, si bien existe la tendencia a que cada vez más niños sigan en la escuela a una edad determinada, diversos factores afectan la evolución sin tropiezos de esta tendencia. Pueden darse varios ejemplos: en 1963 algunos niños que normalmente habrían podido salir de la escuela a fines del período escolar de otoño debieron seguir en la escuela hasta el fin de la primavera siguiente; es probable que el crecimiento de las "comprehensive schools" estimule aún más la tendencia actual a seguir más tiempo en la escuela; en 1972 la edad a que se abandona la escuela aumentará de 15 a 16 años.

En tercer lugar, el propósito principal de las proyecciones educacionales es el de prepararse para la situación que se espera exista en veinte o treinta años más, ya que se requiere tiempo para elaborar los programas de capacitación de maestros y es difícil cambiar rápidamente los métodos de enseñanza.

En cuarto lugar, y en gran medida a causa de lo que se acaba de decir, las tendencias irrestrictas, como las lineales o las exponenciales, son peligrosas. Parece conveniente trabajar con tendencias sigmoides, y puede racionalizárselas plausiblemente en términos del modelo epidémico simple que figura en la ecuación (12) del acápite e) de la sección 5. Sin embargo, al usar este tipo de tendencia deben considerarse los saltos súbitos a que ya se hizo referencia.

En quinto lugar, hay muchas maneras plausibles de ajustar tendencias logísticas. En el contexto presente todas son susceptibles de buenos ajustes, como también lo son las tendencias irrestrictas. Pero arrojan estimaciones muy diferentes de los dos parámetros, β y γ , y esto es especialmente importante en el caso de γ , el límite superior de la probabilidad. Como consecuencia, conviene comprobar la sensibilidad de las proyecciones sobre la gama pertinente al valor de γ adoptado, y, si es posible, obtener una estimación exógena de γ .

Ejemplo de estas observaciones son los resultados que figuran en el cuadro 7, que se refiere a las probabilidades de que muchachos de diferentes edades, de 16 a 19 años de edad, permanezcan en la escuela. Ideó los métodos para ajustar las diversas regresiones el señor Allan Gordon, quien también realizó los cálculos. En este caso se tabulan los resultados con tres decimales solamente, aunque se usaron tres cifras significativas importantes al ajustar las ecuaciones.

Cuadro 7

PROPORCION DE MUCHACHOS QUE PERMANECEN EN LA ESCUELA ENTRE

LAS EDADES DE 16 Y 19 AÑOS

(Inglaterra y Gales)

Edad		1955	1960	1965	1970	1980	1990	00
	Efective	0.183	0.228	0.292	· -			
	Calculada (1)	0.181	0.234	0.293	0.359	0.663	0.732	0.794
16	(11)	**		_	-		w	-
	(111)	0.181	0.232	0.293	0.362	0.677	0.777	1,000
	(iv)	0.181	0.233	0.293	0.360	0.667	0.750	0.850
	Efectiva	0+094	0.130	0.162				
	Calculada (1)	0.096	0.127	0.165	0.210	0.317	0.428	0.682
17	(11)	0.095	0.130	0,165	0.194	0.231	0.246	0.253
	(111)	0.096	0.127	0.165	0.208	0.305	0.395	0.558
	(1v)	0.096	0.127	0.165	0.210	0.318	0.432	0.700
	Efectiva	0.037	0.051	0.060				
	Calculada (1)	0.038	0.051	0.063	0.070	0.078	0.080	0.081
18	(11)	0.038	0.051	0.062	0.071	0.080	0.083	0.085
	(111)	0,039	0.050	0.062	0.074	0.090	0.098	0.105
	(vi)	0.039	0.050	0.063	0.078	0.114	0.151	0.250
	Efectiva	0.005	0.006	0,008	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·			
	Calculada (1)	0.005	0.006	0.007	0.008	0.010	0.011	0.011
19	(11)	0.005	0,006	0.007	0.009	0.011	0.012	0.010
	(111)	0.005	0.006	0.007	0.009	0.011	0.012	0.010
	(iv)	0.005	0.006	0.007	0.009	0.012	0.015	0.030

Si se divide (12) por $c_{\rm sr}$, el cambio relativo del coeficiente se expresa como una función lineal declinante del nivel del coeficiente. La experiencia demuestra que esta formulación conduce a estimaciones irremediablemente imprecisas de β y de γ . De acuerdo con eso, se reescribió (12) en tiempo continuo y se integró de manera que arrojase

$$c_{SP} = \frac{\gamma}{1 + e^{CC - B \gamma B}} \tag{21}$$

en la que $\alpha=\log_e \angle(\gamma/c_{\rm sr})-1$]. En esta expresión $c_{\rm sr}$ denota el valor inicial de $c_{\rm sr}$ en el momento $\theta=0$. Puede reescribirse la ecuación (21) en la forma

$$\log_{\theta} \left(\left(\frac{\zeta}{\sigma_{sr}} \right) - 1 \right) \cdot = \alpha - \beta \chi \theta$$

y esta ecuación constituye la base de los métodos de estimación utilizados.

En el método i) del cuadro 7 se supone un valor inicial de y, digamos y, y la ecuación (22) se usa para estimar α y β . La estimación de α implica una nueva estimación de β , digamos β , por ejemplo, y este valor constituye la base de un segundo cálculo. Este proceso iterativo converge y se adoptan las estimaciones finales de β y de γ .

El método ii) es semejante al método i), salvo que se obtiene asegurando que la media de los valores observados de $c_{\rm Sr}$ corresponda al valor de la variable dependiente de la ecuación (22) igual a la centroide de la línea de regresión.

El método iii) consiste en elaborar la regresión de la ecuación (22) respecto de muchos valores de χ y escogiendo el valor en que r^2 sea máximo. Si este valor>1 se adopta la estimación χ = 1.

El método iv) utiliza una estimación exógena de /.

En el cuadro 7 los valores de y figuran en la columna final. Podemos ver en el cuadro que se trata de una situación que está experimentando cambios sustanciales, de manera que los valores proyectados de los coeficientes son mucho mayores que los valores en el período observado. En el caso de los muchachos de 16 años de edad, pero no en los demás, se contempló la posibilidad de un salto en 1972.

Los valores calculados de Y respecto de los muchachos de 16 años de edad son altos, y están de cada lado del valor exógeno. Respecto de los muchachos de 17 años de edad, sólo el valor de y obtenido mediante el método i) se asemeja a la estimación exógena, siendo los demás sustancialmente inferiores. Respecto de los muchachos de 18 y 19 años de edad, los valores calculados de Y son sustancialmente inferiores a la estimación exógena.

Este ejemplo ilustra la importancia de intentar una proyección de coeficientes y la dificultad de hacerlo. Si se producen cambios parecidos a los proyectados se requerirá mucha preparación. Más aún, estos cambios afectarán no sólo al sistema educacional sino también a las relaciones laborales y a la organización del mercado de mano de obra.

f) La esperanza de vida y su composición. Este ejemplo ilustra el uso de la inversión de la matriz en que no se considera la edad $(I-C)^{-1}$ para calcular la esperanza de vida y su composición. Las cifras que se dan a continuación están tomadas de un cuadro del tipo que se da en la obra citada en el Nº 10 de la bibliografía, pero calculadas nuevamente con la forma de la matriz estándar usada en el presente documento.

En este caso se definen los estados de la matriz inicial de reservas y corrientes de la secuencia activa sin consideración de la edad. En ella los individuos ingresan en el hogar preescolar, permanecen en él un plazo no especificado, entran en el sistema escolar, avanzan en él hasta salir a cierta edad, y luego se los clasifica de acuerdo con las calificaciones obtenidas al egresar. Después de eso ingresan a alguna forma de enseñanza superior o consiguen una ocupación. Una vez que forman parte de la mano de obra, la mayor parte de los varones permanece en ella, aunque puedan regresar por un tiempo al sistema educacional como estudiantes, hasta jubilar llegado el momento, si sobreviven lo suficiente.

Se calculó una matriz de este tipo respecto de la población masculina de Inglaterra y Gales de 1966. Como la población no está en situación de equilibrio estacionario hubo de ajustarse la matriz; en la obra mencionada se analizan los métodos empleados y sus insuficiencias. Sobre la base de la matriz así ajustada se calculó una matriz C, y de ésta se derivó una matriz inversa, $(I-C)^{-1}$.

Si las estimacionees fueron exactas, la matriz inversa tendría las siguientes propiedades:

 i) los elementos diagonales miden el tiempo medio que pasará en un estado determinado un individuo que está a punto de ingresar en ese estado;

- ii) los elementos situados fuera de la diagonal miden el tiempo medio que pasará en el estado a que se refiere la fila multiplicado por la probabilidad de alcanzar ese estado a partir del estado a que se refiere la columna.
- iii) la suma de los elementos de una columna mide la esperanza de vida de un individuo que está por ingresar al estado a que se refiere la columna;
- iv) a partir de un cuadro de vida podemos descubrir la edad en que la suma de la columna constituye la esperanza de vida. Esta edad es la edad media en que los individuos ingresan al estado a que se refiere la columna.

Pese a las dificultades de combinar estadísticas demográficas, educacionales y relativas a mano de obra para dar una imagen exacta y consecuente y pese a las dificultades de hacer el ajuste a condiciones de equilibrio estacionario, los resultados conseguidos son razonablemente tranquilizadores. De esta manera, la esperanza de vida que tiene en el momento de nacer un individuo de sexo masculino resulta ser 69.2 años, en comparación con la estimación oficial de 68.5 años calculada con métodos cruodoxos. La esperanza de vida al jubilar es de 10.4 años, lo que implica que en 1936 los hombres británicos se jubilaron como promedio a la edad de 67 años. Los años de jubilación que se esperan al nacer son 6.64, de manera que 6.64/10.42 = 0.64 es la esperanza de sobrevivir hasta la jubilación en el momento de nacer.

De acuerdo con la matriz, la esperanza de vida en el momento de nacer, 69.2 años, se divide en las siguientes esperanzas parciales: hogar pressolar, 5.1 años; enseñanza, 13.1 años; actividad económica, 44.4 años, y jubilación, 6.6 años. Sin duda que las dos primeras cifras son algo elevadas y que la tercera es algo baja. La imagen no es muy mala, pero se requiere más trabajo sobre los datos fundamentales y su ajuste.

Como último ejemplo del uso de esta matriz veamos cómo la probabilidad de ir a la universidad cambia con la progresión en el sistema educacional. En el momento de nacer la esperanza es de 0.08. Si un muchacho egresa de la escuela secundaria con dos o más certificados de nivel A, el requisito de admisión en una universidad, esta probabilidad se eleva a 0.60. Por otra parte, si egresa sin siquiera un certificado de nivel O, la probabilidad cae a 0.02. Esta cifra puede ser muy alta, pero en el sistema británico es posible por lo menos reparar una carrera escolar desastrosa en una etapa posterior en una institución en que se imparta más enseñanza, y cierto número de individuos aprovecha esta posibilidad.

g) Referencias en un sistema de servicio psiquiátrico. Baldwin (1) da un cuadro muy interesante de los ingresos y egresos del sistema de servicio psiquiátrico del nordeste de Escocia, centrado en Aberdeen. Este sistema está dividido en nueve ramas, como lo muestran los cuadros 8 y 9. Las corrientes de ingreso y egreso del sistema y dentro del mismo se denominan "referencias": el paciente es referido a una de las ramas del sistema o de una rama a otra o fuera del sistema. En el cuadro 8 se reproduce el esquema de las referencias dentro del sistema, en la forma en que se plantean en el libro de Baldwin. El cuadro puede interpretarse como una matriz C en la que cada elemento ha sido multiplicado por 1 000. De esta manera, en la primera columna del cuadro podemos ver que de mil pacientes referidos al sistema para consulta externa, el efecto directo es que se hagan 264 referencias dentro del sistema y el resto, 736, fuera del sistema. Sin embargo, no todos los pacientes referidos de una rama del sistema a otra, ni todos los 205 referidos para hospitalización abandonarán el sistema desde esa rama. Como puede verse en la columna 2, más de 30 % de los referidos para hospitalización son referidos a continuación para su control en el tratamiento posthospitalización. Y de éstos, como puede verse en la columna 8, más del 17 % son referidos nuevamente para su hospitalización. Como consecuencia, se harán muchas referencias indirectas antes de que el total de los l 000 ingresados en cualquier rama logre salir del sistema. Sobre la base de los supuestos habituales, pueden calcularse los números formando la matriz inversa $(I - C)^{-1}$ en la forma en que se plantea en el cuadro 9.

En el cuadro 9 figuran las consecuencias directas e indirectas de 1 000 referencias desde fuera del sistema hacia cualquier rama de éste. Por ejemplo, combinando los cuadros 8 y 9 podemos ver que la cifra de 1 033 que figura en la fila 1 y columna 1 del cuadro 9 puede descomponerse en 1 000 + 9 + 24 = 1 033. Esto significa que la referencia inicial de 1 000 individuos hacia la rama desde fuera del sistema genera 9 nuevas referencias directas y otras 24 referencias indirectas. De la fila 2 y columna 1 de los dos cuadros podemos ver que 205 + 49 = 254, de manera que la referencia inicial de 1 000 individuos a la rama 1 provoca 205 referencias directas y 49 referencias indirectas a la rama 2. La suma de la columna 1 del cuadro 9 arroja la cifra de 1 440, indicando que si 1 000 pacientes son referidos al sistema en la rama 1, se harán otras 440 referencias antes de que los 1 000 iniciales hayan abandonado totalmente el sistema.

Cuadro 8

REFERENCIAS DIRECTAS DENTRO DEL SISTEMA POR 1 000 PERSONAS INGRESADAS POR PRIMERA VEZ
AL SISTEMA DE SERVICIO PSIQUIATRICO DEL NORDESTE DE ESCOCIA, 1965

(1 000 c)

Fla.	Dec	ade 1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Consultas externas	9	3	503	108	65	158	27	3	250
2	Hospitalizaciones	205	57	248	585	130	357	459	173	638
3	Atenoien diurna	32	26	17	17		7		15	28
Ħ	Visitas domiciliarias					6				
5	Tratamiento domiciliario	18	35	17	17		11		5 ¹ 4 .	28
6	Consultas en el hospital			2			2		1	
7	Otras emergencias									
8	Tretamiento posthospitalización		305							28
9	Otra atención psiquiátrica					•	•		r	
	Total	<u> 264</u>	<u>426</u>	<u> 785</u>	729	201	535	486	246	972

Cuadro 9

REFERENCIAS INICIALES, DIRECTAS E INDIRECTAS POR CADA 1 000 NUEVOS INGRESADOS A CADA ESTADO DEL SISTEMA DE SERVICIO PSIQUIATRICO DEL NORDESTE DE ESCOCIA, 1965

 $(1\ 000\ (I-C)^{-1})$

										
De	Hacia	1	2	3	4	5	6	, . 7	8	9
1	Consultas externas	1 033	27	537	138	72	178	40	20	293
2	Hospitalizaciones	254	1 149	423	711	170	456	534	216	819
3	Atención diurna	42	37	1 048	枘	8	27	18	23	64
4	Visitas domiciliarias	0	o	0	1 000	6	0	a	0	0
5	Tratamiento domiciliario	32	60	49	57	1 010	38	29	66	78
6	Consultas en el hospital	0	o	o	2	o	1 002	0	1	0
7	Otras emergencias							1 000		
8	Tratamiento posthospitalización	78	350	129	217	52	139	163	1 066	278
9	Otra atención psiquiátrica									1 ,000
	<u>Total</u>	1 440	1 624	2 186	2 169	1 318	1 841	1 784	1 391	2 533

Nota: O indica que < 0.5; los elementos en blanco en las filas 7 y 9 indican que no pueden surgir referencias hacia estos estados desde dentro del sistema; los componentes no siempre arrojan sumas iguales a los totales a causa de los errores de redondeo de cifras.

Las demás columnas del cuadro 9 pueden interpretarse en forma semejante. Pero como en todos los casos de este tipo, estos cálculos sólo se justifican estrictamente si las probabilidades de salir de un estado son independientes del camino por el que se llegó a ese estado. Es posible que no satisfagan esta condición los estados de mi ejemplo, y debo hacer hincapié en que sólo es un ejemplo, aunque los resultados no sean totalmente improbables. Es más importante que donde haya habido un registro durante cierto tiempo sería posible poner a prueba el supuesto y descubrir formas de definir estados de manera que se cumpla aproximadamente. Hall (6), da un ejemplo de cómo podría hacerse esto.

8. <u>Conclusión</u>

Tengo poco que agregar a manera de conclusión. He intentado demostrar que la división de la vida en secuencias proporciona una base manejable para la recopilación regular de estadísticas relativas a existencias y corrientes humanas, y que la matriz estándar proporciona un método conveniente de ordenar estas estadísticas que es especialmente útil desde un punto de vista puramente técnico si las recopilan diferentes organismos, como sucede frecuentemente. Algunos de mis ejemplos tienen por objeto demostrar que la información obtenida de una sola progresión tiene muchos usos, pero no puede negarse que otros usos requieren la combinación de clasificaciones de dos o más secuencias. Considero que es algo que sería difícil incorporar en un sistema común de información, pero que sería algo que podría hacerse periódicamente usando el sistema común/como marco de muestreo.

Gran parte del trabajo se basa en el supuesto de que es probable que por el momento los países usen métodos tradicionales de recopilación de datos respecto de gran parte de la esfera de las estadísticas sociales. Como dije, la división de la vida en secuencias en gran medida no tendría importancia con un sistema general permanentemente puesto al día de información individualizada. Creo que en la mayoría de los países estamos muy lejos de un sistema de ese tipo, que sería costoso, técnicamente difícil en la práctica y con algunos peligros de orden político. Mientras tanto, creo que podría obtenerse gran cantidad de información útil con modificaciones relativamente pequeñas de lo que he llamado métodos tradicionales.

9. Lista de obras citadas

- 1. BALDWIN, J.A. The Mental Hospital in the Psychiatric Service:

 A Case Register Study. Oxford University Press,

 Nuffield Provincial Hospital Trust, 1971.
- 2. DOUGLAS, J.W.B. The Home and the School. MacGibbon y Kee, Londres, 1964.
- 3. DOUGLAS, J.W.B., J.M. ROSS y H.R. SIMPSON. All Our Future, Peter Davies, Londres, 1968.
- 4. FREYTAG, H.L., y C.C. von WEIZSACKER. Schulwahl und Schulsystem in Baden-Württemberg. 2 vol., Heidelberg, 1968.
- 5. FREYTAG, H.L., y C.C. von WEIZSACKER (Eds.) Schulwahl und Schulsystem: Modell theoretische Entwurfe-Verlaufs statistisch Analysen. 2 vol., Verlag Julius Beltz, Weinheim, 1969.
- 6. HALL, David J. "Psychiatric prognosis in the middle-aged." En

 Aspects of the Epidemiology of Mental Illness: Studies in

 Record Linkage. Ed. J.A. Baldwin, LittleBrown, Boston, en The Press.
- 7. KEMENY, John G., y J.Laurie SNELL. Finite Markov Chains.
 D. Van Nostrand Co., Princeton, 1960.
- 8. NETHERLANDS CENTRAL BUREAU OF STATISTICS. An Educational Matrix of the Nehterlands for 1967. N.C.B.S., 's-Gravenhage, 1969.
- 9. STONE, Richard. Demographic Accounting and Model Building. O.E.C.D., Paris, 1971.
- 10. STONE, Richard. The fundamental matrix of the active sequence.

 Informe presentado a la Fifth International Conference on Input-Output Techniques, Ginebra, 1971.
- 11. STONE, Richard y Giovanna, y Jane GUNTON. "An example of demographic accounting: the school ages", Minerva, vol. VI,no. 2, 1968.
- 12. UN ECONOMIC AND SOCIAL COUNCIL. An Integrated System of Demographic,

 Manpower and Social Statistics and its Links with the System

 of National Economic Accounts.

 E/CN.3/394, mimeografiado, 1970.

